

## Vom Lernen zum Verstehen

Prof. Dr. Robert Klein

Sehr geehrte Anwesende,

als Herr Kollege Heinz mich im vergangenen Sommersemester anrief und um einen Beitrag zu den Hochschulgottesdiensten bat, war ich erst wenige Wochen an der Universität Augsburg. Als ausgebildeter Betriebswirt stand ich zu diesem Zeitpunkt vor der für mich neuen Aufgabe, Studierenden der Wirtschaftswissenschaften im zweiten Semester Grundlagen der Mathematik näher zu bringen. Schon bald merkte ich, dass es sich dabei um eine durchaus herausfordernde Aufgabe handelt: Denn, Studierende der Wirtschaftswissenschaften wählen ihr Studium häufig nicht aufgrund ihrer Affinität zur Mathematik, im Gegenteil: Sie haben die Mathematik bisher oft gemieden, besitzen Vorbehalte bezüglich ihrer Bedeutung und Relevanz und stehen ihr schließlich mit einer gewissen Angst gegenüber, da sie in ihr einen Stolperstein für ihr Studium sehen. Kurz, um das Generalthema der Hochschulgottesdienste in diesem Wintersemester aufzugreifen, die Mathematik ist ihnen fremd.

Von meinen erfahrenen Kollegen wurde ich jedoch durch die Aussage ermuntert, dass trotz dieser Voraussetzungen viele der Studierenden im Laufe der Zeit einen Zugang zur Mathematik fänden und sich später sogar in mathematisch orientierten Teilgebieten der Betriebs- und Volkswirtschaftslehre vertiefen würden, eine Beobachtung, die ich inzwischen mit Freude bestätigen kann.

Einige unter Ihnen werden sich vielleicht fragen, warum ich meine Ansprache mit dieser Schilderung beginne. Der Grund ist, dass aus meiner Sicht diese Studierenden ein Beispiel dafür sind, wie man sich erfolgreich mit etwas zunächst Fremdem auseinandersetzen und es wenn nicht schätzen, so doch zumindest verstehen lernen kann. Ich möchte daher im Rahmen meiner Ansprache den zugehörigen Lernprozess im Falle der Mathematik näher beleuchten, in der Hoffnung, damit einen Denkanstoß zum Umgang mit Fremdem in anderen Erfahrungsbereichen unseres Lebens, insbesondere aber auch im Umgang mit uns fremden Kulturen, zu geben. Dabei werde ich, das möchte ich vorwegnehmen, bewusst auf direkte Bezüge zur Bibel und zum christlichen Glauben verzichten, um die Gefahr zu vermeiden, unterschiedliche Aspekte und Perspektiven zu vermischen. Allerdings glaube ich, dass uns das Thema in unserer Existenz, in unserem Menschsein und damit auch als Christ berührt.

Beginnen will ich die Darstellung damit, dass ich auf die aus meiner Sicht existierenden Parallelen zwischen der Mathematik und fremden Kulturen eingehe. Dabei möchte ich zunächst versuchen, die These zu belegen, dass die Mathematik Individuen zwar nicht als Alltagskultur, aber doch als eigene, fremde Teilkultur gegenübertritt:

Erste augenfällige Indizien sind aus meiner Sicht dabei die Ängste, Vorurteile und Vorbehalte, die gegenüber der Mathematik als etwas Fremdes häufig existieren. Ängste im Zusammenhang mit der Mathematik werden zunächst von denjenigen geäußert, die zur Auseinandersetzung mit ihr gezwungen sind: Von Schülern wird die Mathematik oft als „Horrorfach“ bezeichnet, schlechte Noten in diesem Bereich werden leichter entschuldigt als etwa in ande-

ren Fächern. Zugleich bestehen Vorbehalte und Vorurteile: Gute Mathematiker, ich habe es selbst erlebt, bekommen schnell das Prädikat des Strebers. Im Rahmen des Studiums der Wirtschaftswissenschaften erachtet zumindest ein Teil der Studierenden die Mathematik lediglich als ein notwendiges Übel. Insbesondere für die spätere Übernahme von Managementfunktionen gilt sie als verzichtbar.

Aber auch in unserer Gesellschaft im Allgemeinen erfährt die Auseinandersetzung mit der Mathematik wenig Wertschätzung. Dies wird etwa in Zitaten deutlich, wie sie Hans-Magnus Enzensberger in seiner bekannten Rede „Zugbrücke außer Betrieb“ anlässlich des Weltkongresses der Mathematik in Berlin im Jahre 1998 angeführt hat: "Hören Sie auf! Mit Mathematik können Sie mich jagen." - "Eine Qual, schon in der Schule. Keine Ahnung, wie ich damals durchs Abitur gekommen bin." - "Mathematische Formeln - das ist Gift für mich, da schalte ich einfach ab." Andere Beispiele zeigen auf eher unterschwellige Weise eine Abneigung und Skepsis gegenüber der Mathematik. In dem viel beachteten Bestseller „Bildung – Alles, was man wissen muss“ spielt die Mathematik praktisch keine Rolle. Auch ist das Bild von Personen, die sich mit der Mathematik beschäftigen, nicht das Beste. So äußerte bereits Goethe: „Mit Mathematikern ist kein heiteres Verhältnis zu gewinnen.“ Die FAZ schrieb gar über einen der Attentäter des 11. Septembers: „Seine Fächer waren technische Mechanik, Mathematik und Maschinenbau, also nichts von gesellschaftlicher Relevanz!“.

Allerdings wäre die Existenz von Ängsten und Vorurteilen alleine nicht ausreichend, um Rückschlüsse auf mögliche Parallelen zwischen der Mathematik und einer fremden Kultur zu ziehen. Tatsächlich weist die Mathematik darüber hinaus viele Eigenschaften auf, die man mit fremden Kulturen verbindet und von denen ich einige im Folgenden nennen möchte:

- Da ist an erster Stelle die eigene Sprache, wie das folgende Zitat von Goethe belegen soll: „Die Mathematiker sind eine Art Franzosen: redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald ganz etwas anderes.“ Dabei zeichnet sich die Sprache der Mathematik nicht nur durch eigene Fachbegriffe, sondern sogar durch eine eigene Notation aus, die sich von der gewohnten Schrift unterscheidet.
- An zweiter Stelle sind die eigenen Werte, Normen und Denkweisen zu nennen, die auch typischerweise mit dem Begriff einer Kultur verbunden werden. So ist es höchstes Ziel der Mathematik, Aussagen zu gewinnen, die völlig widerspruchsfrei und objektiv sind. Dabei, so Ludwig Wittgenstein in einem berühmten Passus, gibt es keinen Streit und wenn es einen gibt, so ist er mit Sicherheit zu entscheiden. Um das genannte Ziel zu erreichen, gibt sich die Mathematik eigene Regeln vor. Die Darstellung von Aussagen erfolgt auf Basis so genannter Sätze, die auf mehr oder weniger verschlungenen Pfaden im Rahmen von Beweisen aus gewissen Grundaussagen, den Axiomen, abgeleitet werden.
- Schließlich besitzt Mathematik die Eigenschaft, dass sie nicht unmittelbar erfahrbar ist. Zwar findet sie sich heute in angewandter Form nahezu überall, sei es in der Steuerung eines Elektroherdes, bei der Aufbereitung von Röntgenbildern oder in der speziell kodierte Kreditkartennummer. Allerdings erfordert das Verständnis dessen, was sie jeweils tut, bereits die Beherrschung ihrer Sprache. So weiß man also um ihre Existenz und häufig auch Bedeutung, empfindet aus dem Unverständnis heraus jedoch zugleich Unbehagen. Oder

wie Felix Auerbach es einmal ausdrückte: „Die Furcht vor der Mathematik steht der Angst erheblich näher als der Ehrfurcht.“

Mit dieser letzten Überlegung möchte ich meine Ausführungen zur These, dass die Mathematik Individuen als eine fremde Teilkultur gegenübertritt, beenden und mich dem Aspekt des Lernens zuwenden. Allgemein versteht man unter Lernen den Erwerb von geistigen, körperlichen, sozialen Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten. Als Folge dieses Lernens kann eine Änderung des Denkens, Verhaltens oder Fühlens einsetzen. Im Zusammenhang mit Fremdem kann das daraus resultierende Verständnis helfen, Ängste zu überwinden und Vorurteile abzubauen. Wie dies im Beispiel der Mathematik funktioniert, möchte ich im Folgenden erörtern.

Schauen wir uns dazu zunächst an, welche grundlegenden Phasen Studierende beim erfolgreichen Lernen und Verstehen mathematischer Grundlagen durchlaufen müssen. Führen wir uns das Bild der fremden Teilkultur vor Augen, so müssen sie in einer ersten Phase die Sprache der Mathematik erlernen. Konkret bedeutet dies, dass sie Wissen über wesentliche Begriffe, Notationsformen sowie grundlegende Gesetzmäßigkeiten zu erwerben haben.

In der zweiten Phase müssen sich die Studierenden den Denkweisen und Normen der Mathematik annähern. Dazu zählt vor allem das Erlernen der Anwendung grundlegender Rechen-, Argumentations- und Beweistechniken. Dies kann zunächst oberflächlich und rezeptartig erfolgen. Ein von mir hier häufig beobachtetes Beispiel ist die Durchführung der Kurvendiskussion, d.h. die Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen mit Mitteln der Analysis. Diese Technik wird zwar von nahezu allen Studierenden in mechanischer Form aufgrund ihres Schulwissens beherrscht, allerdings fehlt häufig das tiefe Verständnis für die potenzielle Anwendung oder die verbundenen Konzepte. In der letzten Zeit hören wir etwa häufiger den Satz, dass die Neuverschuldung des Bundes in den kommenden Jahren stetig sinken könne. Welchen Einfluss hat das auf die Gestalt einer Funktion, welche die Gesamtverschuldung des Bundes in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt? Im Vokabular der Mathematik würden wir sagen, die Funktion ist streng monoton wachsend und zudem konkav, beides Eigenschaften, die wir mit der Kurvendiskussion leicht nachweisen können. Wenn es Studierenden gelingt, solche inhaltlichen Verknüpfungen im Rahmen eines Transfers eigenständig herzustellen, wird das reine Lernen durch ein tiefer gehendes Verständnis abgelöst. Für sie ist die Mathematik nicht länger etwas Fremdes, sondern sie ist zu einem greifbaren Instrumentarium geworden, das sie in ihrer Alltagskultur als Hilfsmittel bei der Betrachtung von zunächst außer-mathematischen Fragestellungen nutzen können.

Die dritte und letzte Phase besteht darin, dass ein Teil der Studierenden gefallen an den Werten und den Anwendungen der Mathematik findet. Dazu können neben der bereits vorher erwähnten Widerspruchsfreiheit und Objektivität auch die mögliche Eleganz der Argumentation, die mögliche analytische Durchdringung eines wirtschaftswissenschaftlichen Prozesses sowie die Mechanisierung der Lösung von Entscheidungsproblemen zählen. Studierende, die auf diese Art und Weise die Mathematik entdecken, akzeptieren sie nicht nur als Instrument, sondern sie lernen sie als ein wertvolles Gut schätzen. Das Fremde ist ihnen Eigen geworden, sie bewegen sich gerne in dieser Teilkultur. Dass der beschriebene Effekt tatsächlich eintritt, lässt sich grundsätzlich empirisch belegen: Durch eine Befragung der Studienanfänger in diesem Semester kann ich davon ausgehen, dass nur ein sehr geringer Anteil der Studierenden

die Mathematik mit besonders großer Freude bereits in der Schule betrieben hat. So liegt der Anteil der Studierenden, die einen Leistungskurs in Mathematik besucht haben, bei unter zehn Prozent, der Anteil von Studierenden, die sich später jedoch in mathematisch orientierten Teilgebieten der Betriebs- und Volkswirtschaftslehre vertiefen, ist dagegen deutlich höher.

Im Folgenden möchte ich nun näher die Bedingungen beleuchten, unter denen eine erfolgreiche Auseinandersetzung mit der Mathematik im zuvor geschilderten Sinne erfolgen kann. Dabei will ich zunächst darauf eingehen, was von den Studierenden zu leisten ist:

- An erster Stelle muss offensichtlich die Sprache der Mathematik beherrscht werden. Zunächst bezieht sich dies auf das Vokabular sowie die Notation. Darauf aufbauend kommt der Umgang mit mathematischen Texten vom selbstständigen Lesen hin zur eigenständigen Interpretation und Erfassung der geschilderten Sachverhalte hinzu. Hierbei werden Studierende regelmäßig die Erfahrung machen, dass sich erst durch Ausdauer und Beharrlichkeit, d.h. durch das wiederholte Lesen und Reflektieren, das gewünschte Ergebnis, nämlich das Verständnis der zu erlernenden mathematischen Sachverhalte, erzielen lässt.
- Die nächste wesentliche Voraussetzung stellt die regelmäßige Anwendung der gelehrt Techniken dar. Im Rahmen des Studiums der Wirtschaftswissenschaften geschieht dies allein schon dadurch, dass ein weiterführendes mathematisches Instrumentarium in zahlreichen Vorlesungen eingesetzt wird.
- Die letzte und vielleicht wichtigste Bedingung ist, dass die Studierenden versuchen, das Gelernte in ihre Alltagswelt zu transferieren, um zu Erkennen, dass das Denken in mathematischen Strukturen zu einer besseren Durchdringung zu analysierender Sachverhalte führen kann, was durch ein Beispiel verdeutlicht werden soll, das auf den Nobelpreisträger Kahnemann und seinen Koautor Tversky zurückgeht. Im Rahmen einer empirischen Untersuchung stellten sie Probanden eine hypothetische Person wie folgt vor: *Linda ist 31 Jahre alt, sehr intelligent, und nimmt kein Blatt vor den Mund. Sie hat Philosophie studiert. Als Studentin hat sie sich intensiv mit Fragen sozialer Gerechtigkeit und Diskriminierung auseinandergesetzt. Außerdem hat sie an Anti-Kernkraft-Demonstrationen teilgenommen.* Danach wurden die Probanden nach den Wahrscheinlichkeiten für die Aussagen „Linda ist Bankangestellte“ und „Linda ist Bankangestellte und aktiv in der Friedensbewegung“ befragt. Fast 90% der Befragten hielten dabei die zweite Aussage für wahrscheinlicher. Tatsächlich kann diese Aussage nicht wahrscheinlicher sein, da sie die erste nicht ausschließt, sondern sie als Bestandteil enthält. Studierende mit entsprechendem Verständnis für die Wahrscheinlichkeitsrechnung werden den genannten Fehler vermeiden und dabei, bewusst oder unbewusst, mathematische Denkweisen in ihre Urteilsfindung im täglichen Leben einfließen lassen.

Neben den Studierenden müssen aber auch die Lehrenden, also die Vertreter der Mathematik, einen Beitrag zu erfolgreicher Gestaltung des Lernprozesses leisten:

- Zunächst müssen sie den Studierenden den Einstieg erleichtern, indem sie Vereinfachungen in der Sprache und der Darstellung vornehmen, wo dies möglich ist. So lässt sich die Eigenschaft der Stetigkeit einer reellen Funktion mathematisch nicht ganz präzise dadurch beschreiben, dass man sie mit einem Stift zeichnen kann ohne abzusetzen.

- Diese Vereinfachungen dürfen zugleich aber nicht dazu führen, dass Nachlässigkeiten seitens der Studierenden in der Sprache und Kontinuität der Auseinandersetzung mit mathematischen Sachverhalten geduldet werden. Konkret bedeutet dies etwa, in Übungen, Klausuren und Sprechstunden falsche Sprechweisen unmittelbar zu korrigieren.
- Schließlich ist es Aufgabe des Lehrenden, die Mathematik für die Studierenden erfahrbar zu machen. Dazu muss er sie an dem, was er tut teilhaben lassen, etwa in dem versucht, aktuelle Forschungsfragen in Lehrveranstaltungen zu integrieren. Des Weiteren können Beispiele wie das der Bankangestellten Linda helfen, die Bedeutung mathematischer Denkweisen auch für das Alltagsleben zu unterstreichen.

Damit möchte ich meine Ausführungen, die sich mit der Mathematik befassen, beenden und zum Abschluss meines Vortrags darauf eingehen, welche Rückschlüsse sich aus meiner Sicht aus der Beschäftigung mit der Mathematik über den Umgang mit fremden Kulturen ziehen lassen, wenn man wirklich verstehen möchte. Beginnen möchte ich dabei mit der Perspektive desjenigen der einer fremden Kultur gegenübertritt: Folgt man dem Beispiel der Mathematik, so setzt eine erfolgreiche Annäherung an eine Kultur grundsätzlich das Erlernen der jeweiligen Sprache voraus. Diese Sprache muss man pflegen, indem man etwa Kontakt mit Vertretern der Kultur sucht. Ein schönes Beispiel sind für mich hier zwei Chinesinnen, die bewusst an einem Blockseminar von uns in Sion in der Schweiz teilgenommen haben, weil sie dadurch zur Anwendung der deutschen Sprache im Alltag gezwungen wurden. Beherrscht man die Sprache, so lässt sich mehr über die Kultur erfahren, etwa in dem man versucht, ein Stück weit in ihr zu leben und sich den Verhaltensweisen und Denkweisen anzupassen. Betont werden muss das "Stück weit in ihr leben", denn ein reines Betrachten der Kultur von außen ist nicht ausreichend. Dabei wird man erkennen, dass sich die Denkweisen, Normen und Werte durchaus von denen der eigenen Kultur unterscheiden, und vielleicht einiges davon den Denkweisen der eigenen Kultur vorziehen. Diese Erfahrung der kulturellen Relativität vieler Normen, Sitten und Gebräuche prägt, so dass sich eine größere Toleranz gegenüber Andersartigem entwickelt und man lernt, Phänomene aus unterschiedlichen Perspektiven zu betrachten.

In Analogie zur Mathematik gibt es nicht nur Anforderungen an den Lernenden, sondern auch an den Lehrenden, d.h. den Repräsentant einer fremden Kultur: Zunächst muss er bereit sein, dem Anderen seine Kultur näher zu bringen. Dazu zählt etwa, ihm die Besonderheiten der eigenen Kultur zu erläutern, ohne ihm unmittelbar Unverständnis vorzuhalten, wenn dieser die eine oder andere Besonderheit aus eventuell fehlendem Wissen nicht beachtet oder hinterfragt. Des Weiteren muss er den anderen dazu einladen, an seiner Kultur teilzuhaben, ohne ihn auszugrenzen. Ein schönes Beispiel dafür habe ich kürzlich in der kleinen Gemeinde erlebt, in der ich jetzt wohne. Die einzige türkische Mitschülerin meines Sohnes, deren Familie streng muslimisch ist, durfte bei der Weihnachtsfeier in der Kirche im Krippenspiel mitwirken, wobei Mutter und Vater stolz zugesehen haben. Bei allem Entgegenkommen muss und darf der Repräsentant aber auch Forderungen an diejenigen stellen, die seine Kultur wirklich verstehen wollen. Zu diesen Forderungen gehört aus meiner Sicht vor allem die unvoreingenommene Reflektion über die Werte, Normen und Denkweisen.

Meine Ansprache möchte ich mit folgender Anmerkung schließen. Alle meine Ausführungen haben vor allem eines gezeigt: Verstehen erfordert Lernen und Lernen ist nicht nur Spaß, sondern häufig harte Arbeit. Begegnet uns das Fremde in anderen Menschen, so verpflichtet

uns allein das Gebot der Nächstenliebe zu dieser Arbeit. Fehlt uns die entsprechende Kraft, so sollten wir uns zumindest hüten, Urteile zu fällen, wohl wissend, dass diese zu falschen Ergebnissen führen werden, wie Rechnungen eines Studenten, der für eine Mathematik-Klausur nicht gelernt und damit nichts verstanden hat.